Aufgabe 1
Bilde die erste Ableitung: $f(x) = \frac{3x^2-5x}{2x}$

Aufgabe 2
Bilde eine Stammfunktion: $f(x) = \frac{2}{(9+2x)^2}$

Aufgabe 3
Löse die Gleichung: $4x^4 + 3x^2 - 1 = 0$

Aufgabe 4
Welche Lagen haben die drei Geraden jeweils zueinander?
Untersuchung ohne LGS.

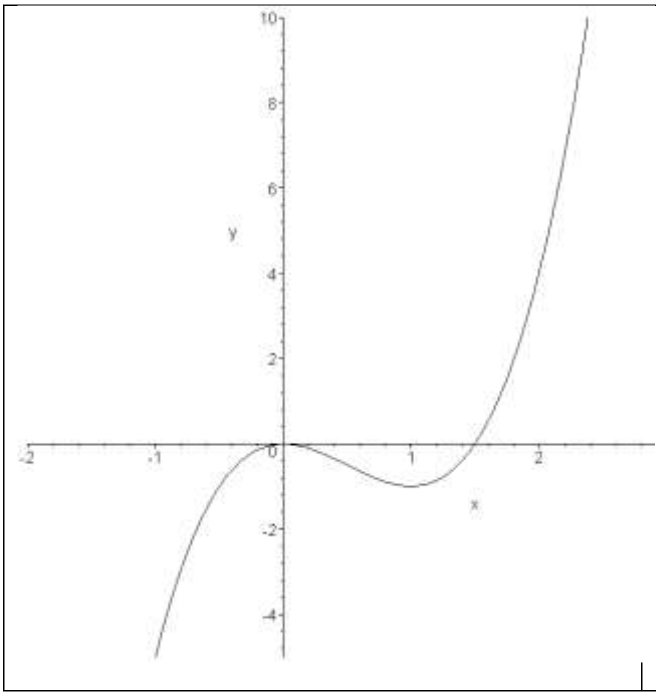
$$g: \vec{x} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} \qquad h: \vec{x} = \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ 4 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix} \qquad j: \vec{x} = \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ 5 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 0 \\ -2 \\ 2 \end{pmatrix}$$

Begründe deine Antwort.

Aufgabe 5
Gegeben ist die Funktion f mit $f(x) = \frac{x^2-4}{x^2-9}$

a) Gib Nullstellen, Asymptoten und Symmetrie an.
b) Skizziere ein Schaubild von f

Aufgabe 6
Dies ist das Schaubild der Ableitungsfunktion einer Funktion f.



Entscheide, ob die folgenden Aussagen wahr oder falsch oder unentscheidbar sind.
Begründe jeweils deine Antwort.

a) f ist monoton fallend für $x \leq 1$.

b) $f(0) = 0$

c) Das Schaubild von f hat an der Stelle $x = 0$ einen Tiefpunkt.

d) Das Schaubild der zweiten Ableitung von f hat einen Extrempunkt.

e) $f''(1) = 0$

f) Das Schaubild von f hat nur positive Werte.

g) Für $x \to \infty$ geht $f(x) \to \infty$.

<u>Aufgabe 1</u> $f(x) = \frac{3x^2-5x}{2x} = \frac{3x^2}{2x} - \frac{5x}{2x} = \frac{3x}{2} - \frac{5}{2}$

$f'(x) = \frac{3}{2}$

<u>Aufgabe 2</u> $f(x) = \frac{2}{(9+2x)^2} = 2 \cdot (9+2x)^{-2}$

$F(x) = 2 \cdot \frac{1}{-1}(9+2x)^{-1} \cdot \frac{1}{2} = -(9+2x)^{-1} = -\frac{1}{9+2x}$

<u>Aufgabe 3</u> $4x^4 + 3x^2 - 1 = 0$ Biquadratische Gleichung!

$Setze\ x^2 = u \quad 4u^2 + 3u - 1 = 0 \quad u_2^1 = \frac{-3 \pm \sqrt{9 - 4 \cdot 4 \cdot (-1)}}{8} = \frac{-3 \pm \sqrt{25}}{8} = \frac{-3 \pm 5}{8}$

$u_1 = -1 \quad oder\ u_2 = \frac{1}{4} \quad Rücksubstitution \quad x^2 = -1\ keine\ Lösung \quad x^2 = \frac{1}{4} \quad x_{12} = \pm\frac{1}{2}$

<u>Aufgabe 4</u> g: $\vec{x} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ h: $\vec{x} = \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ 4 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$ j: $\vec{x} = \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ 5 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 0 \\ -2 \\ 2 \end{pmatrix}$

Die <u>Geraden h und j</u> sind **parallel**, da die Richtungsvektoren Vielfache voneinander sind.
Sie sind nicht identisch (Betrachte die Stützvektoren: x_3 unterscheidet sich).

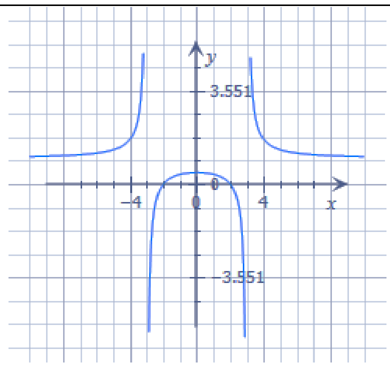
Die <u>Geraden g und h</u> sind nicht parallel (siehe Richtungsvektoren); sie **schneiden** sich im Punkte S(3|2|4), da für t = 1 in g sich S ergibt. S ist ein Punkt auf h (siehe Stützvektor).

Die <u>Geraden g und j</u> sind nicht parallel; sie stehen **senkrecht** aufeinander (Skalarprodukt der Richtungsvektoren ist 0). Ohne LGS kann man nicht entscheiden, ob sie windschief sind oder doch schneiden.

<u>Aufgabe 5</u>

$$f(x) = \frac{x^2-4}{x^2-9} = \frac{(x-2)(x+2)}{(x-3)(x+3)}$$

Nullstellen bei x=2 und x = -2 Senkrechte Asymptoten bei x = 3 und x = -3.
Symmetrie zur y-Achse (da nur gerade Hochzahlen; oder f(x)=f(-x)).
Waagrechte Asymptote bei y = 1



<u>Aufgabe 6</u>

h) f ist monoton fallend für x ≤ 1. Wahr, da f' negativ bzw. 0 ist.
i) f(0) = 0 unentscheidbar, da f entlang der y-Achse verschoben sein kann.
j) Das Schaubild von f hat an der Stelle x = 0 einen Tiefpunkt. Falsch, da f' nicht das VZ wechselt.
k) Das Schaubild der zweiten Ableitung von f hat einen Extrempunkt. Richtig: am WP von f'
l) f ''(1) = 0 Wahr, da f' bei x = 1 einen TP hat.
m) Das Schaubild von f hat nur positive Werte. Unentscheidbar, siehe b)

Für x → ∞ geht f(x) → ∞. Wenn f' so weiterverläuft wie angedeutet: Wahr
<u>Problem</u> ist aber: Wir sehen nur einen Ausschnitt von f'. Wenn f' für große x nochmals einen HP hätte, wäre die Aussage falsch.